

---

## Arbres

---

### Exercice 1 *Arbres m-aires*

Soit un arbre d'entiers de degré  $m$  ( $m$ -aire) et dont la racine est rangée dans  $R$ . Écrire les fonctions récursives qui retournent :

1. Le maximum dans l'arbre.
2. La taille de l'arbre.
3. Le nombre de feuilles de l'arbre
4. La hauteur de l'arbre

### Exercice 2 *Arbres de recherche binaires*

1. Construire un arbre de recherche binaire d'entiers à partir des clés ordonnées suivantes :

**25 60 35 10 5 20 65 45 70 40 50 55 30 15**

2. Supprimer de l'arbre obtenu, et dans l'ordre, les éléments suivants :

**15 70 50 35 60 25**

3.  $\text{Min}(R)$  : permettant de retourner le minimum dans l'ARB de racine  $R$ .
4.  $\text{Père}(R, x)$  : permettant de retourner le père du nœud contenant un entier  $x$  dans l'ARB de racine  $R$ .
5.  $\text{Successeur}(R, x)$  : permettant de retourner l'élément immédiatement supérieur à  $x$  dans l'ARB de racine  $R$ .
6.  $\text{InsérerARB}(R, x)$  : permettant d'insérer un entier  $x$  dans l'ARB de racine  $R$ .
7.  $\text{SupprimerARB}(R, x)$  : permettant de supprimer un entier  $x$  de l'ARB de racine  $R$ .

### Exercice 3 *Tas*

1. Construire un tas à partir des clés ordonnées suivantes :

**25 60 35 10 5 20 65 45 70 40 50 55 30 15**

2. Supprimer du tas et dans l'ordre les éléments suivants :

**15 70 50 35 60 25**

3. Écrire la procédure  $\text{InsérerTasStatique}(T, x)$  permettant d'insérer un entier  $x$  dans un tas statique d'entiers rangé ans le tableau d'entiers  $T$ .
4. Écrire la procédure  $\text{SupprimerTasStatique}(T, x)$  permettant de supprimer un entier  $x$  du tas statique d'entiers rangé ans le tableau d'entiers  $T$ .
5. Écrire la procédure  $\text{InsérerTasDynamique}(R, x)$  permettant d'insérer un entier  $x$  dans un tas dynamique d'entiers de racine  $R$ .
6. Écrire un algorithme qui permet de trier un tableau en utilisant un tas. Calculer la complexité de cet algorithme.